Harita Projeksiyonlarında Sonlu Büyüklükte ve Sonsuz Küçük Deformasyonlar Üzerine Bir İnceleme

(Map Projection Distortions of Finite and Differential Magnitudes)

İbrahim Öztuğ BİLDİRİCİ

Konya Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Selçuklu, Konya

iobildirici@ktun.edu.tr

Geliş Tarihi (Received): 19.04.2023 Kabul Tarihi (Accepted): 18.05.2023

ÖZ

Harita projeksiyonlarında sonlu ve sonsuz küçük elemanların deformasyonları birbirinden farklıdır. Temel kaynaklarda ve ilgili ders müfredatlarında deformasyon konusu sonsuz küçük büyüklükler için ele alınır. Özellikle küçük ölçekli haritalar için projeksiyon seçiminde sonlu büyüklüklerin deformasyonu da önemlidir. Bu konuda da araştırmalar ve önerilen ölçütler ve yöntemler vardır. Bu makalede sonlu büyüklüklerin deformasyonu ile ilgili yapılan çalışmalar ele alınarak alternatif bir yaklaşım önerilmiştir. Önerilen yeni yaklaşım küre yüzeyinde seçilen bir nokta etrafında tanımlanan sonlu büyüklükteki bir dairenin deformasyonunu temel almaktadır. Küre üzerinde daire üzerinde bulunan noktalara merkezden olan uzaklıklar ve açıların küre ve projeksiyon değerleri ile uzunluk, açı ve alan deformasyonuna yönelik parametreler hesaplanmaktadır Burada söz konusu olan daire sonsuz küçük büyüklüklerin deformasyon incelemesi için kullanılan küre üzerinde tanımlanan sonsuz küçük dairenin benzeridir. Bu şekilde sonlu ve sonsuz ölçekte deformasyonları karşılaştırma kolaylığı da sağlanmış olmaktadır. Önerilen yaklaşım küçük ölçekli harita çalışmalarında yaygın kullanılan Robinson, Winkel Tripel ve Hammer projeksiyonları üzerinde rastgele seçilmiş 50 nokta ile test edilmiş ve yaklaşımın uygulanabilirliği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Harita projeksiyonu, Deformasyon, Küçük ölçekli harita*

ABSTRACT

In map projections, the distortions of finite and infinitesimal elements are different from each other. The subject of distortion is handled for infinitely small sizes in the main sources and related course curricula. The distortion of finite sizes is also important in the selection of projections, especially for small-scale maps. There are also studies and suggested criteria on this subject. In this article, an alternative approach is proposed by considering the studies on the distortion of finite quantities. The proposed new approach is based on the deformation of a finite size circle defined around a selected point on the sphere surface. The distances to the points on the circle on the sphere, the sphere and projection values of the angles, and the parameters for the length, angle and area distortions are calculated. In this way, it is also easy to compare distortions in finite and infinite scales. The proposed approach has been tested with 50 randomly selected points on Robinson, Winkel Tripel and Hammer projections used widely in small-scale map making, and the applicability of the approach has been shown.

Keywords: *Map projection, distortion, small-scale map*

1. GİRİŞ

Harita projeksiyonlarında eğri yüzeyin düzleme aktarılması nedeniyle şekil değişiklikleri kaçınılmazdır. Bu kapsamda alan, açı ve uzunluk değişimlerinden ya da deformasyonlarından söz edilir. Alan, açı ve uzunluk değişimi sonsuz küçük (diferansiyel) ve sonlu büyük elemanlar açısından aynı değildir. Temel kaynaklarda deformasyon sonsuz küçük (diferansiyel) anlamda ele alındığından öğrenciler ve uygulayıcılar bu farklılıkların genellikle farkında değildir. Bu farklılıklardan kaynaklanan yanılgılar da söz konusudur. Örneğin "açı koruyan" projeksiyonlarda bir nokta etrafından sonsuz küçük kenarlar arasında açı korunurken bu durum sonlu büyük kenarlar arasındaki açılar için geçerli değildir. Benzer şekilde alan koruyan projeksiyonlarda da parametre eğrileri ile sınırlı olmayan şekillerin alanları tam olarak korunmaz (Bildirici, 2023a, 2023b).

Yeryüzünün tamamı ya da büyük kara parçalarının gösteriminde gerçek anlamlı projeksiyonlar ile (azimutal, silindirik ve konik) uygun gösterimlere ulaşılmaz. Gerçek anlamlı olmayan projeksiyonlar bu tür küçük ölçekli harita çalışmaları için ortaya çıkmıştır. Özellikle Dünya haritaları açısından bir projeksiyon tartışması için Bildirici (2023a, s.227)'den yararlanılabilir.

Küçük ölçekli haritalar için yaygın kullanılan projeksiyonlar genellikle alan koruma özelliğine sahiptir. Alan koruma şekillerde fazla bozulmaya yol açtığından dengeli deformasyon özelliklerine sahip projeksiyonlar geliştirilmiştir. Bu tür projeksiyonlarda alan, açı ve uzunluk koruma özelliği yoktur, her eleman dengeli olarak deforme olur. Küçük ölçekli haritalar için projeksiyon tasarımı konusunda yapılmış güncel ve önemli çalışmalardan biri Canters (2002)'dir. Bu kitap aynı zamanda yazarın doktora tezi olup, sonlu

Atıf/To cite this article: Bildirici, İ.Ö. (2023). Harita Projeksiyonlarında Sonlu Büyüklükte ve Sonsuz Küçük Deformasyonlar Üzerine Bir İnceleme. *Harita Dergisi, 170*, 1-7.

büyüklüklerin deformasyonu konusunu bir bölüm halinde kapsamlı olarak tartışmaktadır.

Küçük ölçekli harita çalışmaları için projeksiyon seçiminde sonlu büyüklüklerin deformasyonları önemlidir. Projeksiyon seçiminde önemli rol oynar. Canters (2002) bu bağlamda küçük ölçekli çalışmalarda kullanılabilecek projeksiyonların özelliklerini ve var olan projeksiyonlarda yapılabilecek değişiklikleri incelemiştir.

Bu makalede sonlu deformasyonlar teorik olarak ele alınmış, kaynaklarda bulunan yaklaşımlar gözden geçirilmiş, sonlu deformasyonların değerlendirilmesinde kullanılabilecek sonlu daire yaklaşımı olarak adlandırılan bir yöntem önerilmiştir. Yöntem, rastgele dağılmış bir nokta seti ile küçük ölçekli harita çalışmalarında yaygın kullanılan üç projeksiyonda Python dilinde yapılan bir kodlama çalışması ile uygulanmıştır.

2. MATERYAL ve METOT

Sonlu ve sonsuz büyüklüklerin deformasyonlarının farklılığını ortaya koymak için Merkator projeksiyonunda basit bir deneme yapılabilir. Projeksiyon koordinatları:

$$x = R\lambda \quad y = R \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \tag{1}$$

Diferansiyel ölçek/uzunluk deformasyonu (açı koruma nedeniyle her yönde sabit):

$$m = \frac{1}{\cos \varphi} \tag{2}$$

Seçilen bir noktayı ($\varphi_0 = 45°, \lambda_0 = 33°$) merkez alarak küre üzerinde bir diferansiyel daire oluşturulursa bu nokta için projeksiyon koordinatları ve diferansiyel ölçek,

$x_0 = 5615.231km \quad y_0 = 3669.433km$
$m = 1.414214$
olarak bulunur.

Kürede merkez nokta etrafında 300 km yarıçapında bir daire üzerinde 10° azimut farkları ile noktalar oluşturup merkez nokta ile bu noktalar arasındaki kenarlar ve azimutlar hesaplanır (Şekil 1). Bu büyüklüklerin küre ve projeksiyondaki değişimleri kenarların oranı, açıların farkları olarak hesaplanırsa Tablo 1'deki değerleri elde edilir. Burada hesaplanan parametreler diferansiyel anlamda deformasyonlar (Tissot endikatrisi elemanları) ile karşılaştırılabilir özelliktedir. Diferansiyel anlamda deformasyon ve Tissot endikatrisi konusuna burada girilmeyecek olup ayrıntılı bilgi Bildirici (2023a), Canters (2002), Bugayevskiy ve Snyder (1997) gibi temel kaynaklarda bulunabilir.

Tablo 1'de görülen deformasyonlar incelenirse aşağıdaki sonuçlar çıkartılabilir.

- Diferansiyel anlamda uzunluk deformasyonu her yönde aynı iken (1.414214), 300 km uzunluğunda kenarlar boyunca deformasyon 1.449149 ile 1.382420 arasında değişmektedir.
- 300km'lik kenarın deformasyonunun değişmesi, küre üzerindeki dairenin izdüşümünün projeksiyonda daire olmadığını göstermektedir.
- Diferansiyel anlamda açı deformasyonu sıfır iken test noktalarında 1.3480° ulaşan açı deformasyonu ortaya çıkmaktadır.
- Tissot'a göre diferansiyel anlamda en büyük ve en küçük uzunluk deformasyonu doğrultularının birbirine dik olması gerektiği halde (Bildirici, 2023a) sonlu büyüklüklerin deformasyonları bu şekilde oluşmamıştır.

Tablo 1: Merkator projeksiyonu test değerleri

α (°)	$\bar{s}/_{s}$	$\bar{\alpha} - \alpha$ (°)
0	**1.449149**	**0.0000**
10	1.448570	0.2476
20	1.446857	0.4864
30	1.444084	0.7080
40	1.440367	0.9049
50	1.435859	1.0707
60	1.430733	1.2005
70	1.425180	1.2910
80	1.419393	1.3403
90	1.413561	**1.3480**
100	1.407863	1.3150
110	1.402460	1.2435
120	1.397496	1.1364
130	1.393094	0.9977
140	1.389358	0.8318
150	1.386369	0.6437
160	1.384190	0.4387
170	1.382865	0.2222
180	**1.382420**	**0.0000**

Şekil 1. Örnek hesaplamada (Tablo 1) kullanılan noktaların GoogleEarth üzerinde konumları

Bu örnek hesaplama sonlu ve sonsuz büyüklükler bakımından deformasyonların birbirinden ne kadar farklı olabileceğini ortaya koymaktadır. Merkator projeksiyonu özelliği gereği kutuplara doğru alan ve uzunluk deformasyonu arttığından seçilen merkez nokta daha kuzeyde alınırsa Tablo 1'de hesaplanan deformasyonlar büyüyecektir.

a. Sonlu Büyüklüklerin Deformasyonları Üzerine İlk Araştırmalar

İlk çalışmalardan biri Fisher ve Miller (1944), 20 eşkenar üçgenin harita ve projeksiyon değerlerinin karşılaştırmasını yaparak, uzunluk ve alan oranları ve açısal farkları hesaplamışlardır. Bu parametrelerin istatistiksel değerlendirmesini yaparak projeksiyonların karakterlerine ilişkin yorumlar yapmışlardır (Canters, 2002). Tobler (1964) bilişim teknolojilerinin ortaya çıkmasından da yararlanarak sonlu büyüklüklerin deformasyonları üzerine ayrıntılı araştırmalar yapmış, çok eski haritaların projeksiyonları için de en küçük kareler yöntemiyle projeksiyon tahminleri yapmıştır. Tobler, önceden belirlenmiş aynı büyüklükte ve düzenli dağılmış üçgenlerin yerine rastgele belirlenmiş üç nokta ile oluşturulan üçgenlerden yararlanmıştır. Bu şekilde belirlenen bir bölge için rastgele belirlenmiş 300-500 üçgen ile ortalama uzunluk, alan oranları ve açısal farklar belirlemiştir (Canters, 2002).

Bildirici (2023b) çalışmasında alan koruyan projeksiyonlarda büyük daire yaylarının izdüşümlerinin projeksiyonda doğru parçası olmamasından kaynaklanan alan hataları benzer şekilde küresel üçgenler ile incelenmiş, alan hatasını azaltmak için nokta sıklaştırması önerisi de yine küresel üçgenler ile test edilmiştir.

Analiz için rastgele nokta konumları, $0 \leq r \leq 1$ arası reel sayı olmak üzere,

$$\lambda = 2\pi r - \pi \quad \varphi = \arcsin(2r - 1) \tag{3}$$

eşitlikleri ile belirlenebilir (Canters, 2002).

b. Sonlu Büyüklüklerin Deformasyonu için Ölçütler

Literatürde bu amaçla önerilmiş çeşitli ölçütler bulunmaktadır. Bu bölümde önemli ve uygulanabilir bazı ölçütler hakkında bilgi verilecektir. Daha kapsamlı bir değerlendirme için Canters (2002) kaynağından yararlanılabilir.

Uzunluk deformasyonunun açı ve alan deformasyonuna doğrudan etki etmesi nedeniyle bazı uzmanlar uzunluk temelli ölçütler önermişlerdir. Gilbert (1974) bu düşünceye dayalı olarak bir ölçüt önermiştir (Canters, 2002).

$$E_G = \frac{E(|s-\bar{s}|^2)}{\sqrt{E(s^2)E(\bar{s}^2)}} \tag{4}$$

s kürede, $\bar{s}$ projeksiyon düzlemindeki kenarları göstermektedir. Beklenen değerler ise çok sayıda kenar yardımıyla belirlenir. Ölçüt uzunluk biriminden bağımsızdır.

Peters (1975) Gilbert ölçütünü eleştirerek bir ölçütün aşağıdaki özellikleri sağlaması gerektiğini savunmuştur (Canters, 2002).

1. Deformasyon yoksa ölçüt sıfır olmalı. Deformasyon arttıkça ölçüt de artmalı.
2. Ölçüt küre ve düzlem kenarları arasındaki farka bağlı olmalı, bunların büyüklüklerine değil.
3. Aynı oranda büyüme ve küçülmede ölçüt değeri aynı olmalı
4. Ölçüt değeri sonsuz olmamalı.

Peters bir ölçüt önererek 30 000 nokta ile ölçütün ortalama değerini hesaplayarak projeksiyonları karşılaştırmış, bu analizlerine dayalı bir projeksiyon da sunmuştur.

$$e_s = \frac{|s-\bar{s}|}{|s+\bar{s}|} \quad (5)$$

$$E_s = \frac{1}{n}\sum \frac{|s-\bar{s}|}{|s+\bar{s}|} \quad (6)$$

e_s ölçek faktörüne göre de düzenlenebilir.

$$e_s = \frac{|1-k|}{|1+k|}$$

Buradan ikinci derece bir denklem yazılırsa denklemin kökleri

$$k_1 = \frac{|1+e_s|}{|1-e_s|} \quad k_2 = \frac{|1-e_s|}{|1+e_s|} \quad (7)$$

elde edilir. $0 < k_2 \leq 1 \leq k_1$ olup, aynı e_s karşılık gelen büyüme ve küçülmeyi ifade eder. Peters 30 000 nokta ile yaptığı analizde bu parametrelerin de ortalamasını hesaplamıştır.

Canters (2002) Peters'in ölçütünün 5000 nokta ortalaması ile belirlenmesinin yeterli olduğunu ifade etmektedir.

Canters (2002) alan deformasyonu için Peters'in ölçütüne benzer olarak Tobler'in çalışmalarından esinlenerek küresel üçgen alanlarına dayalı bir ölçüt önermiştir.

$$E_A = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{|f-\bar{f}|}{|f+\bar{f}|} \quad (8)$$

Burada $f, \bar{f}$ küresel üçgenlerin küre ve düzlem alanlarını ifade etmektedir. Bu noktada seçilen küresel üçgen kenar uzunluklarına bağlı olarak küresel üçgen kenarının izdüşümünün düzlem üçgen kenarı ile çakışık olmamasından kaynaklı hatanın dikkate alınması gerekebilir (Bildirici, 2023b).

Şekil deformasyonu için ölçütler bulmak daha karmaşık bir problemdir. Canters (2002) ile Başaraner ve Çetinkaya (2019) şekil deformasyonları üzerine ölçütler önermişlerdir.

Sonlu büyüklüklerde oluşan deformasyonlar için Goldberg ve Gott (2007) tarafından Goldberg-Gott endikatrisi olarak adlandırılan ölçütler önerilmiştir. Kerkovits (2019 ve 2020) bu konuda yapılan güncel çalışmalar içinde yer almaktadır.

c. Sonlu Daire Yaklaşımı

Tablo 1'de verilen örnek hesaplamada kullanılan sonlu büyüklükteki daire düşüncesinden yararlanılarak da deformasyon ölçütleri tasarlanabilir. Bu şekilde sonsuz küçük büyüklüklerin deformasyonu için temel alınan Tissot endikatrisine benzer bir yaklaşım ortaya konabilir.

Seçilen bir merkez nokta etrafında yeterince küçük azimut farkları ile seçilen bir yarıçap değeri ile küre üzerinde bir daire üzerinde bulunan noktalar belirlenir. Merkezden daire üzerindeki noktaların kenar ve azimutlarının küre ve projeksiyon değerleri hesaplanarak uzunluk deformasyonu ve açı deformasyonu (azimut farkı) belirlenebilir.

Küre üzerinde oluşan küre kapağı alanı bellidir. Düzlemde oluşan şeklin ise düzlem alanı hesaplanarak alan deformasyonu da belirlenebilir. Bu şekilde bir merkez nokta çevresi için en büyük ve en küçük uzunluk deformasyonu (düzlem kenarın küresel kenara oranı), azimutların farkı olarak en büyük azimut deformasyonu ve alanların oranı olarak en büyük alan deformasyonu belirlenir. Bu parametreler yaygın kullanılan Tissot endikatrisi notasyonunda büyük harf kullanılarak gösterilebilir.

$$\mathrm{A} = \max\left(\frac{\bar{s}}{s}\right) \quad B = \min\left(\frac{\bar{s}}{s}\right) \quad (9)$$

$$\mathrm{W} = \max(\bar{\alpha} - \alpha) \quad (10)$$

$$P = max\left(\frac{\bar{f}}{f}\right) \quad (11)$$

Çok sayıda noktada bu parametreler hesaplanıp istatistik olarak değerlendirme yapılabilir. Değerlendirme yapılacak nokta seti (3) eşitliği ile rastgele olarak belirlenebilir. Orta meridyene ve Ekvator'a göre simetrik olan projeksiyonlarda analizin çeyrek küre ile yapılması $(0 \leq \varphi \leq 90°,\ 0 \leq \lambda \leq 180°)$ yeterlidir.

Burada tanımlanan sonlu dairenin yarıçapı büyük daire yayı, izdüşümü doğru olduğundan seçilen projeksiyona göre bir hata oluşabilir. Aynı şekilde daire üzerindeki noktaların daire üzerinde birbirlerine olan uzaklıkları da küçük olmalıdır. Bu noktaları kürede birleştiren yaylar küçük daire yayı, düzlemde ise doğru parçalarıdır. Bu da bir hata kaynağı oluşturur.

Yukarıdaki hata kaynaklarını en aza indirmek için daire üzerinde noktaları oluşturmak için azimut farkları küçük olmalıdır. Yeryüzünün tamamının gösterimine yönelik projeksiyonlarda yarıçapı 300 km'ye kadar olan dairelerde azimut artışının 1° seçilmesi uygun olur. Benzer şekilde daire yarıçapını oluşturan büyük daire yayları üzerinde de ara noktalar alınabilir. Önerilen yaklaşım yazılımlarla gerçekleştirileceğinden

ortaya çıkacak hesap yükü günümüz bilişim teknolojileri düşünüldüğünde önemsiz kabul edilebilir.

Sonlu daire yaklaşımında daire üzerindeki noktaların oluşturulması ve daire yarıçapını oluşturan büyük daire yayları üzerinde ara noktalar oluşturulması için kürede temel ödev çözümleri kullanılır. Gerekli bağıntılar ve küresel trigonometri konusunda ayrıntılar için Bildirici (2023a, s.33), Bugayevskiy ve Snyder (1995) ve Richardus ve Adler (1972) gibi kaynaklardan yararlanılabilir.

3. ARAŞTIRMA ve TARTIŞMA

Bu bölümde sonlu daire yaklaşımı ile önerilen deformasyon parametreleri seçilen 3 dünya projeksiyonunda rastgele dağılmış bir nokta seti için hesaplanacaktır.

a. Seçilen Projeksiyonlar

Küçük ölçekli harita çalışmalarında özellikle yeryüzünün tamamının gösteriminde yaygın kullanılan Robinson, Winkel Tripel ve Hammer projeksiyonları seçilmiştir.

Robinson projeksiyonu A.H. Robinson tarafından sunulmuştur. Optimal deformasyonlu gerçek anlamda olmayan silindirik bir projeksiyondur. Kartografik yayıncı R. McNally isteklerine göre tasarlanmış ve tablo değerleri ile sunulmuştur (Robinson, 1974). Literatürde tablo değerlerine uygun fonksiyonlarla projeksiyonun tanımlanması için çalışmalar vardır. Yazar tarafından tablo değerlerine göre en küçük kareler yöntemiyle iki polinom tanımlanmış ve bu çalışmada kullanılmıştır. Harita projeksiyonları için polinomların kullanımı Canters (2002) tarafından ayrıntılı tartışılmıştır. Burada seçilen polinomlar orta meridyen ve Ekvator'a göre simetrik bir projeksiyon oluşturur.

$$\mathrm{x} = \lambda(a_0 + a_2\varphi^2 + a_4\varphi^4)$$

$$y = a_1\varphi + a_3\varphi^3 + a_5\varphi^5$$

$$a_0 = 0.852914 \quad a_1 = 0.955054 \qquad (12)$$

$$a_2 = -0.152813 \quad a_3 = 0.022062$$

$$a_4 = -0.005553 \quad a_5 = -0.023979$$

Bu polinomlar Canters ve Decleir (1989) tarafından da Robinson projeksiyonu için katsayıları da belirlenerek önerilmiştir. Bu çalışmada verilen katsayılar yazar tarafından hesaplananlardan biraz farklıdır.

Winkel Tripel projeksiyonu yeryüzünün tamamının gösteriminde optimal deformasyon bakımından öne çıkan bir projeksiyondur. O. Winkel tarafından meridyen uzunluğu koruyan projeksiyon ile Aitoff projeksiyonunun ortalaması alınarak sunulmuştur (Bildirici, 2023a; İpbüker ve Bildirici, 2005; Snyder, 1997).

$$C = \sqrt{1 - \cos^2\varphi \cos^2\frac{\lambda}{2}}$$

$$\mathrm{D} = \arccos\left(\cos\varphi \cos\frac{\lambda}{2}\right)$$

$$\mathrm{x} = \frac{R}{2}\left(\frac{2D\cos\varphi \sin\frac{\lambda}{2}}{C} + \lambda\cos\varphi_0\right) \qquad (13)$$

$$y = \frac{R}{2}\left(\frac{D\sin\varphi}{C} + \varphi\right)$$

Winkel tarafından ortalama almakta kullandığı meridyen uzunluğu koruyan silindirik projeksiyonda kürenin toplam alanının korunmasını sağlayan standart paralel seçilmiş olup,

$$\cos\varphi_0 = \frac{2}{\pi}$$

alınmıştır.

Hammer projeksiyonu, yeryüzünü 2:1 oranında elips içinde gösteren, gerçek anlamda olmayan alan koruyan bir projeksiyondur (Bildirici, 2023a; Snyder, 1997).

$$x = \frac{2R\sqrt{2}\cos\varphi \sin\frac{\lambda}{2}}{\sqrt{1+\cos\varphi \cos\frac{\lambda}{2}}}$$

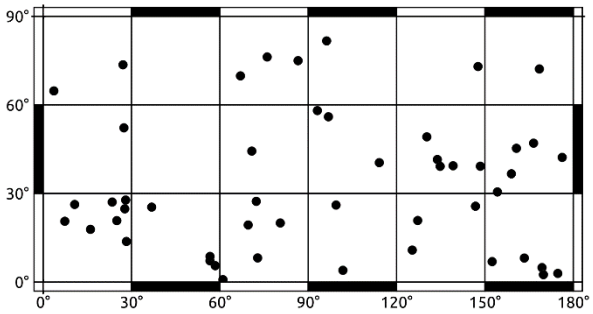
$$y = \frac{R\sqrt{2}\sin\varphi}{\sqrt{1+\cos\varphi \cos\frac{\lambda}{2}}} \qquad (14)$$

Önerilen sonlu daire yaklaşımında alan koruma özelliğinin sonlu büyüklükler açısından test edilmesi amacıyla bu projeksiyon seçilmiştir.

b. Test verisi

Seçilen projeksiyonlar orta meridyen ve Ekvator'a göre simetrik olduğundan 50 adet test noktası rastgele olarak çeyrek küre için seçilmiştir ($0 \le \varphi \le 90°$, $0 \le \lambda \le 180°$). Bu amaçla (3) eşitlikleri aşağıdaki gibi değiştirilmiştir (*r*, 0-1 aralığında rastgele bir sayı).

$$\varphi = arcsin(1 - r)$$
$$\lambda = r\pi \qquad (15)$$



Şekil 2. Test noktaları

(15) eşitlikleri coğrafi koordinatları radyan biriminde verir. Derece biriminde çalışılmak istenirse π yerine 180° alınmalıdır.

Test nokta kümesi Şekil 2'de görülmektedir.

c. Uygulama

Yöntemin uygulanması amacıyla yazar tarafından Python dilinde bir program hazırlanmıştır. Verilen bir noktanın etrafında verilen yarıçap ve azimut artışına göre kürede daire üzerinde noktalar oluşturulmaktadır. Bu noktalar daha sonra projeksiyon düzlemine taşınarak merkez ile noktalar arasında kenar ve azimutlar hesaplanmaktadır. Küredeki daire alanı ve düzlemdeki karşılığı olan noktaların oluşturduğu çokgen alanı da hesaplanmaktadır. Bu şekilde (9), (10) ve (11) eşitliklerindeki deformasyon parametreleri elde edilmektedir.

Uygulamada daire yarıçapı 200 km (s), azimut artışı 1° ($\Delta\alpha$) seçilmiştir. Bu şekilde her projeksiyon için 50x360=18000 kenar ve azimut değeri hesaplanmış olmaktadır.

Hesaplamalar i7 işlemcili bir bilgisayarda yapılmış, program çalışma süresinin hissedilmeyecek kadar kısa olduğu görülmüştür.

Her test noktası için hesaplanan parametrelerin istatistik özeti Tablo 2,3 ve 4'te verilmiştir.

Tablo değerleri Robinson ve Winkel Tripel projeksiyonlarının birbirine yakın ortalama değerlere sahip olduğunu göstermektedir. Maksimum ve minimum deformasyonlar dikkate alındığında en uygun deformasyon özelliğinin Winkel Tripel'de olduğu görülür. Bu projeksiyonun üstünlüğü Canters (2002) ve benzeri çalışmalarda da gösterilmiştir. Hammer projeksiyonunun alan koruma özelliğini sonlu büyüklükler açısından da kaybetmediği görülmektedir.

Geliştirilen yazılımın test aşamasında sonlu deformasyon parametrelerinin (*A,B,W* ve *P*) sonsuz küçük deformasyon parametreleri (Tissot endikatrisi elemanları) ile karşılaştırması da yapılmış, değerlerin birbirleri ile uyumlu olduğu görülmüştür. Sonlu dairenin yarıçapı küçüldükçe sonsuz küçük daireye yakınsaması beklenen bir durumdur. Dolayısı ile sonlu daire yarıçapı küçüldükçe *A,B,W* ve *P* deformasyon parametreleri Tissot endikatrisi elemanlarına yaklaşır. Bu durum Bildirici (2015) çalışmasında da gösterilmiştir.

Tablo 2: Robinson projeksiyonu istatistiği

	A	*B*	*W (°)*	*P*
Ort.	1.313386	0.800491	23.156383	1.013320
Maks.	3.772719	0.911469	97.355671	2.140737
Min.	0.955373	0.562118	2.925637	0.814686

Tablo 3: Winkel Tripel projeksiyonu istatistiği

	A	*B*	*W (°)*	*P*
Ort.	1.325249	0.815480	21.436508	1.075510
Maks.	3.020521	0.999670	70.067009	2.602223
Min.	1.000683	0.659801	5.099783	0.836609

Tablo 4: Hammer projeksiyonu istatistiği

	A	*B*	*W (°)*	*P*
Ort.	1.485548	0.721875	29.257371	0.999949
Maks.	2.669364	0.975893	64.526564	0.999949
Min.	1.023340	0.373377	2.597848	0.999949

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada harita projeksiyonlarında sonlu büyüklüklerin deformasyonu konusu ele alınmıştır. Mevcut kaynaklarda önerilen ölçütler gözden geçirilmiş ve alternatif bir yöntem sonlu daire yaklaşımı adı alında ortaya konmuştur. Önerilen parametreler sonsuz küçük deformasyon parametrelerinin (Tissot endikatrisi elemanları) eşlenikleri olarak değerlendirilebilir. Bu durum sonlu ve sonsuz küçük deformasyonların karşılaştırılması açısından kolaylık sağlar.

Python dilinde yapılan uygulama ile Robinson, Winkel Tripel ve Hammer projeksiyonlarında sonlu deformasyon parametreleri hesaplanmıştır. Çok sayıda noktada ve yönde hesaplanan değerlerin istatistik değerlendirmesi seçilen projeksiyonların genel özelliklerini yansıtmaktadır. Önerilen parametrelerin sonsuz küçük deformasyon ölçütlerine göre projeksiyonlar hakkında daha iyi

yorum yapmanın yolunu açtığı açıktır. En uygun projeksiyon seçiminde güçlü bir alternatif oluşturmaktadır. Sonuç olarak önerilen yaklaşım sonlu deformasyonlar açısından projeksiyonların değerlendirilmesi için kullanılabilir.

ORCID

İbrahim Öztuğ BİLDİRİCİ
https://orcid.org/0000-0001-7717-586X

K A Y N A K L A R

Başaraner, M. ve Çetinkaya, S. (2019). New measures for analysis and comparison of shape distortion in world map projections. *Cartography and Geographic Information Science*, *46*(6), 518-531.

Bildirici, İ.Ö. (2015) Quasi indicatrix approach for distortion visualization and analysis for map projections. *International Journal of Geographical Information Science*, 29/12, 2295-2309

Bildirici, İ.Ö. (2023a). Kartografya: Harita tasarımı ve kullanımı için gerekli bilim sanat ve teknik (3. Baskı). Konya : Atlas Akademi Yayınevi. ISBN 978-625-8101-16-4

Bildirici, İ.Ö. (2023b). Alan koruyan projeksiyonlar her zaman alan korur mu? *Geomatik Dergisi*, 8(3),306-311

Bugayevskiy, L.M. ve Snyder, J.P. (1995). Map projections a reference manual. London: Taylor&Francis.

Canters, F. (2002). Small-scale map projection design. London and New York: Taylor &Francis. ISBN 0-415-25018-8

Canters, F. ve Decleir, H. (1989). The world in perspective: a directory of world map projections. Chichester: J. Wiley.

Fisher, I. ve Miller, O.M. (1944). World Maps and Globes. New York: Essential Books.

Gilbert, E.N. (1974). Distortion in maps. *Society for Industrial and Applied Mathematics Review*, 16,47-62.

Goldberg, D. M. ve Gott III, J. R. (2007). Flexion and skewness in map projections of the earth. *Cartographica*, 42(4), 297-318.

İpbüker, C. ve Bildirici, İ.Ö. (2005) Computer program for the inverse transformation of the winkel projection. *ASCE Journal of Surveying Engineering*, 131/4, 125-129.

Kerkovits, K. (2019). Comparing finite and infinitesimal map distortion measures. *International Journal of Cartography*, 5(1), 3-22.

Kerkovits, K. (2020). Quadrature rules to calculate distortions of map projections. *The Cartographic Journal*, *57*(3), 249-260.

Peters, A.B. (1975). Wie man unsere Weltkarten der Erde aehnlicher machen kann. *Kartographische Nachrichten*, 25, 173-183.

Richardus, P. ve Adler, R. K. (1972). Map Projections for Geodesists Cartographers and Geographers. Amsterdam: North-Holland.

Snyder, J. P. (1997). Flattening the earth: two thousand years of map projections. Chicago: University of Chicago Press.

Tobler, W.R. (1964). Geographical coordinate computations, part II, finite map projection distortions. Technical Report No:3, Ann Arbor: University of Michigan, Department of Geography.